STATISTIK DAN PROBABILITAS

Disusun Oleh:

Herawati Zetha Rahman

JHI

Penerbit Yayasan
John Hi-Tech Idetama

KATA PENGANTAR

Buku ***Statistik dan Probabilitas*** adalah berisi tentang mempelajari bagaimana cara merencanakan, mengumpulkan, menganalisis dan intrepertasikan data, sedangkan probabilitas berisi tentang peluang sesuatu yang akan terjadi dengan cara mengukur tingkat terjadinya suatu kejadian secara acak. Buku ini diperuntukan untuk umum yang tertarik dengan statistik dan probabilitas.

Buku ini terdiri dari 7 BAB yang terdiri dari:
BAB 1. Pengenalan Statistik;
BAB 2. Statistika Deskriptif Dalam Bentuk Grafik, Bagan dan Diagram;
BAB 3. Pengukuran Ukuran Pusat (Tendensi Sentral);
BAB 4. Kwartil, Desil, Persentil;
BAB 5. Pengukuran Variabilitas;
BAB 6. Peluang
BAB 7. Kombinasi dan Permutasi

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih kepada Ketua Program Studi Teknik Sipil, Sekretaris Program Studi Teknik Sipil, Prof Dr. Ir Jonbi dan Ir. Duta Widhya S., MT. atas bantuan serta dukungannya. yang telah membantu memeriksa dan mengkoreksi isi buku *Statistik dan Probabilitas* ini.

Semoga buku ini dapat melengkapi pengetahuan tentang Statistik dan Probabilitas.

Jakarta, 3 Januari 2024

Herawati Zetha Rahman
(Dosen Teknik Sipil Universitas Pancasila)

DAFTAR ISI

BAB I
PENGENALAN STATISTIK

1.1. Statistik

Kata “Statistik” berasal dari bahasa latin yakni status yang berarti negara. Perkembangan awalnya statistik diartikan sebagai keterangan-keterangan yang dibutuhkan oleh negara dan berguna bagi negara itu sendiri. Dalam pengertian ini statistik hanya diartikan sangat terbatas yaitu sekumpulan data atau angka mengenai kondisi penduduk

Beberapa definisi statistik:

a. Menurut Croxton dan Cowden :
   “Statistik adalah metode untuk mengumpulkan, mengolah dan menyajikan serta menginterpretasikan data yang berwujud angka”
b. Menurut Anderson dan Bancroft :
   “Statistik adalah ilmu dan seni perkembangan dan metode paling efektif untuk pengumpulan, pentabulasian, dan penginterpretasian data kuantitatif sedemikian rupa sehingga kemungkinan salah dalam kesimpulan dan estimasi dapat diperkirakan dengan penggunaan penalaran induktif yang didasarkan pada probabilitas atau teori peluang”
c. Menurut Sutrisno Hadi :
   “Statistik kegiatan ilmiah untuk mengumpulkan, menyusun, meringkas dan menyajikan data penyelidikan. Selanjutnya data diolah dan menarik kesimpulan secara teliti serta membuat keputusan yang logik dari hasil pengolahan data. (batasan umum)

Statistik digunakan untuk menunjuk angka-angka pencatatan dari suatu kejadian atau kasus tertentu (batasan khusus).

Sehingga dapat disimpulkan bahwa statistik merupakan sekumpulan konsep dan metode yang digunakan untuk mengumpulkan dan menginterpretasi data kuantitatif dan mengambil kesimpulan dalam situasi dimana ada ketidakpastian dan variasi.

Ringkasnya , statistika selalu berhubungan dengan :

- Data
- Kegiatan pengumpulan dan pengolahan data
- Kegiatan analisis data
- Penarikan kesimpulan
- Membuat keputusan

1.2. Metode Statistik

Metode statistik merupakan ilmu pengetahuan yang meliputi segala metode guna mengumpulkan, mengolah, menyajikan dan menganalisis data kuantitatif secara deskriptif. Fokus kegiatan adalah pengumpulan dan penataan data serta penggunaan pengukuran yang sifatnya menyederhanakan.

Terdapat dua metode statistik secara umum yaitu :

- Metode Statistik secara Deskriptif
- Metode Statistik secara Inferensi

Metode statistik tidak hanya memberikan teknik pengumpulan, pengolahan, penyajian dan analisis data semata melainkan juga memberikan teknik penarikan kesimpulan tentang ciri populasi dari hasil pengukuran yang dilakukan terhadap sampel yang telah dipilih secara *random*.
Metode penarikan kesimpulan umum tersebut sesungguhnya merupakan inti dari statistik modern yang kemudian populer dengan sebutan statistik inferensial.

Bidang kajian pada statistik Deskriptif :

1. Distribusi frekuensi
2. Penyajian grafik, bagan dan diagram
3. Pengukuran tendensi sentral/ pemusatan (mean, median, modus)
4. Pembagian distribusi (kuartil, desil, persentil)
5. Variabilitas (*range*, mean deviasi, standar deviasi, Z *score*)
6. Angka indeks
7. Time series (deret waktu atau data berkala)

Bidang kajian statistik Inferensial :

1. Probabilitas/ teori kemungkinan
2. Distribusi teoritis
3. Sampling dan distribusi sampling
4. Studi estimasi (penaksiran pada tingkat populasi)
5. Uji hipotesis
6. Analisis korelasional dan uji signifikansi
7. Analisis regresi untuk peramalan.

Mengapa kita memerlukan statistik?

1. Untuk menjelaskan hubungan antar variabel
2. Untuk melakukan estimasi dan melakukan perbandingan / komparasi
3. Menyusun perencanaan dan membuat ramalan
4. Mengatasi berbagai perubahan
5. Membuat keputusan secara lebih baik

Fungsi Statistik dalam kegiatan praktis :

1. Pengumpulan data
2. Alat *quality control* (menyusun standar sekaligus pengawasan)
3. Alat pengumpulan, pengolahan dan analisis

Kita harus ingat bahwa Statistika selalu berhubungan dengan data.

1.3. Data Statistik

Definisi Data adalah Sekumpulan angka, fakta, fenomena atau keadaan yang merupakan hasil pengamatan, pengukuran, atau pencacahan terhadap karakteristik atau sifat dari obyek yang dapat berfungsi untuk membedakan obyek yang satu dengan lainnya.
Data merupakan bentuk jamak dari *datum* yang mempunyai arti kurnia, pemberian atau penyajian. Merupakan sekumpulan angka, fakta, fenomena atau keadaan yang merupakan hasil pengamatan, pengukuran, atau pencacahan terhadap karakteristik atau sifat dari obyek yang dapat berfungsi untuk membedakan obyek yang satu dengan lainnya.

C**ontoh data**

- Data penghasilan mingguan 40 buruh bangunan di suatu kota **(dalam ribuan rupiah)** :

58	72	64	65	67	92	55	51	69	73
64	59	65	55	75	56	89	60	84	68
74	67	55	68	74	43	67	71	72	66
62	63	83	64	51	63	49	78	65	75

- Data mengenai tinggi badan (cm) dan berat badan (kg) 10 orang mahasiswa

Mahasiswa	Tinggi	Berat
1	170	70
2	162	65
3	169	59
4	165	62
5	171	67
6	170	65
7	168	60
8	163	61
9	166	63
10	172	64

Data dapat dibagi menjadi beberapa jenis yakni :

- Data Primer vs Sekunder
- Data Mentah vs Olahan
- Data Kategori vs Numerik
- Data Kuantitatif vs Kualitatif

a. Data Primer VS Sekunder

Data primer adalah data yang diambil secara langsung oleh peneliti dari obyek penelitian.

Ex: Peneliti mewawancarai langsung rumah tangga untuk meneliti kemiskinan, Peneliti menyebarkan kuesioner kepada mahasiswa untuk mengetahui tingkat kepuasan terhadap kurikulum baru.

Data sekunder adalah data yang didapatkan peneliti secara tidak langsung dari objek penelitian (dikumpulkan pihak lain) .

Ex: Datang ke Badan Pusat Statistik untuk mengambil Data Sensus Ekonomi 2016.

b. Data Mentah VS Olahan

Data mentah atau biasa disebut dengan *raw* data adalah hasil pencatatan peristiwa atau karakteristik elemen yang dilakukan pada tahap pengumpulan data (dari hasil kuesioner atau wawancara) , dengan kata lain belum dilakukan pengolahan terhadap data ini.

Sedangkan, data olahan adalah data mentah yang sudah diolah melalui proses atau metode statistika tertentu.

c. Data Kategori VS Numerik

Data kategori terdiri dari kategori seperti jawaban 1 = ”ya” dan 2 = ”tidak”.

Data numerik – terdiri dari unsur numerik seperti tinggi badan dan berat badan seseorang.

- **Diskrit** – data numerik yang didapatkan dari proses penghitungan (bilangan bulat), seperti 1, 2, ..., 10 dan seterusnya.
- **Kontinu** - data numerik yang didapatkan dari proses pengukuran, misalnya nilai pengukuran berupa pecahan seperti 12 ¾, 13 ¾ , dan seterusnya.

d. Data Kuantitatif VS Kualitatif

Data Kuantitatif adalah data yang dipaparkan dalam bentuk angka-angka.

Ex: data mengenai tinggi badan, berat badan, usia, dll.

Data Kualitatif adalah data yang disajikan dalam bentuk kata-kata yang mengandung makna.

Ex: jenjang pendidikan pegawai suatu instansi.

e. Skala Pengukuran Data

Terdapat beberapa skala pengukuran data, yakni :

- Nominal

Data yang hanya mengandung unsur pengklasifikasian saja atau dapat diartikan sebagai lambang saja.

Contoh : jenis kelamin, agama, pekerjaan, area geografis (kode wilayah)

Simbol berupa angka → **Jenis kelamin** : Laki-laki = 1

Perempuan = 2

- Ordinal

Data yang selain mengandung unsur pengklasifikasian juga memiliki unsur **urutan** (*order*) , ciri dari data ini disusun berdasarkan urutan yang logis dan sesuai dengan besarnya karakteristik yang dimiliki.

Contoh : Nilai mutu IP: A, B, C, D, E

Ingat bahwa IP memiliki tingkatan di dalamnya, IP A berbeda dengan IP D, dst.

- Interval

Data interval adalah data yang selain mengandung unsur penamaan dan urutan juga memiliki sifat **interval (selang)** . Sebenarnya mirip seperti nominal dan ordinal, namun ditambah karakteristik lain berupa interval tetap.

Sehingga dapat diukur perbedaan karakteristik antar individu. Misalkan kita ingin melihat frekuensi kunjungan dari beberapa pasien, ada pasien yang baru melakukan 1 kunjungan, ada juga pasien yang sudah melakukan 2 kunjungan, sehingga kita dapat mengukur perbedaan karakteristik antara pasien-pasien tersebut.

- Rasio

Mempunyai semua karakteristik yg dimiliki skala nominal, ordinal dan interval.

Kelebihan dibanding skala yang lain : mempunyai nilai nol empiris absolut yg terjadi saat ketidakhadirannya suatu karakteristik sedang dihitung.

Merupakan perbandingan satu individu atau obyek tertentu dengan lainnya

Contoh : Terdapat pasien yang diukur berat badan sebelum diet : 70 kg dan setelah melakukan diet berat badannya menjadi 60 kg, berarti perbandingan sebelum diet dengan sesudah diet adalah 7:6

Selanjutnya, kita dapat melakukan penyederhanaan data yang merupakan teknik penyajian dan peringkasan data sehingga menjadi informasi yang mudah dipahami yaitu statistika deskriptif.

Statistika Deskriptif dapat berupa penyajian data dengan grafik, tabel, plot, dll.

Dan juga, kita dapat menghitung ukuran pusat (mean, median, modus) atau ukuran sebaran (variansi) karena dengan ukuran-ukuran tersebut kita dapat mengetahui kharakteristik umum dari data yang kita punya.

Contoh :

Jika kita menghitung rata-rata (mean) , maka kita dapat mengetahui bahwa rata-rata dari data tersebut, jika menghitung modus maka kita akan mengetahui data mana yang paling sering muncul. Bisa juga ketika kita menghitung ukuran sebaran misalkan variansi, kita dapat mengetahui persebaran data, semakin besar variansi maka semakin bervariasi data tersebut, tentunya berdampak juga pada rentang data (range) yang juga semakin besar.

Latihan

1. Amar ingin meneliti apakah *gadget* berpengaruh terhadap prestasi mahasiswa di salah satu perguruan tinggi di Yogyakarta, oleh karenanya dia menyebarkan kuesioner secara langsung terhadap sampel-sampel mahasiswa yang dibutuhkannya dalam penelitian

   Pertanyaan

   Data yang diperoleh Amar untuk penelitian dengan kuesioner tersebut termasuk ke data primer atau sekunder?

2. Ternyata, salah satu teman Amar juga melakukan penelitian lebih lanjut mengenai apa yang sudah diteliti oleh Amar sehingga teman Amar tersebut meminta data yang telah dikumpulkan dan **diolah** oleh Amar untuk dijadikan dasar penelitiannya.

   Pertanyaan
   Data yang diminta oleh teman Amar untuk penelitiannya termasuk data mentah atau olahan? Jelaskan alasan Anda.

3. Tentukan skala pengukuran data berikut ini :
   - Agama
   - Gaji pegawai
   - Golongan PNS
   - Waktu (dalam detik)
   - Umur
   - Nilai IPK
   - Suku Daerah
   - Status Sosial

1.4. Distribusi Frekuensi

Merupakan suatu tabel menunjukkan frekuensi kemunculan data atau frekuensi relatifnya yang berguna untuk meringkas data numerik maupun kategori.

- Untuk data diskret atau data kategori, banyaknya nilai yang dihitung kemunculannya biasanya sesuai dengan banyaknya nilai data yang berbeda dari data diskret atau kategori tersebut
- Untuk data kontinu, biasanya dibuat kelas interval 5-20 banyaknya.

Contoh: Data Penghasilan Buruh

Kelas	Frekuensi	Frekuensi Relatif	Frekuensi Relatif Kumulatif
(40,50)	2	0,050	0,050
(50,60)	8	0,200	0,250
(60,70)	17	0,425	0,625
(70,80)	9	0,225	0,900
(80,90)	3	0,075	0,975
(90,100)	1	0,025	1,000

Cara Membuat Distribusi Frekuensi

- Urutkanlah data dari yang terkecil sampai yang terbesar
- Kemudian, hitung jarak / range
  $$\boldsymbol{Range = X_{maximum} - X_{minimum}}$$
- Selanjutnya, hitunglah jumlah kelas (K) dengan **Rumus Sturges**
  $$\boldsymbol{Rumus\ Sturges = K = 1 + 3,3(\log n)\ , n = jumlah\ data}$$
- Hitunglah panjang kelas interval (P)
  $$\boldsymbol{P = \frac{Range}{Jumlah\ Kelas\ (K)}}$$

Bentuk Distribusi Frekuensi

a. Distribusi Frekuensi Relatif

Distribusi frekuensi yang nilai frekuensinya tidak dinyatakan dalam bentuk angka tetapi dalam bentuk persentase (%).

$$\boldsymbol{Fr_i = \frac{Fkelas_i}{n} x100\%}$$

b. Distribusi Frekuensi Kumulatif

Distribusi frekuensi yang nilai frekuensinya diperoleh dengan cara menjumlahkan frekuensi demi frekuensi, bisa dibentuk menjadi dua yakni Distribusi kumulatif kurang dari **dan** Distribusi kumulatif lebih dari.

c. Distribusi Frekuensi Kumulatif Relatif

Distribusi frekuensi yang mana nilai frekuensi kumulatif diubah menjadi relatif (%).

$$\boldsymbol{Fkum_i = \frac{Fkumkelas_i}{n} x100\%}$$

Latihan

Diketahui data nilai statistika dasar dari 60 mahasiswa :

90	**80**	**70**	**80**	**90**	**85**	**75**	**85**	**95**	**65**
75	80	90	80	65	55	55	55	65	40
50	60	40	40	50	60	50	40	55	65
55	65	75	85	95	95	35	45	55	60
70	80	90	80	75	65	75	85	75	65
55	65	75	85	75	65	50	60	70	75

Anda diminta untuk :
Buatlah tabel distribusi frekuensi dari data di atas!

BAB II
STATISTIKA DESKRIPTIF DALAM BENTUK GRAFIK, BAGAN DAN DIAGRAM

Jenis Grafik, Bagan dan Diagram : *Steam and Leaf*, Histogram, Poligon Frekuensi, Ogive Frekuensi Kumulatif, Diagram Batang (*Bar Chart*) , Diagram Lingkaran (*Pie Chart*) , *Boxplot*, dll.

2.1. Steam and Leaf

Steam and Leaf disebut diagram batang dan daun, berguna untuk menunjukkan bentuk distribusi data.
Data berupa angka dengan minimal dua digit.

Contoh: Data Penghasilan Buruh

4	3	9															
5	1	1	5	5	5	6	8	9									
6	0	2	3	3	4	4	4	5	5	5	6	7	7	7	8	8	9
7	1	2	2	3	4	4	5	5	8								
8	3	4	9														
9	2																

Steam = 10, *Leaf* = 1
Sisi kiri sebagai angka puluhan) , dan pada sisi kanan sebagai angka satuan.

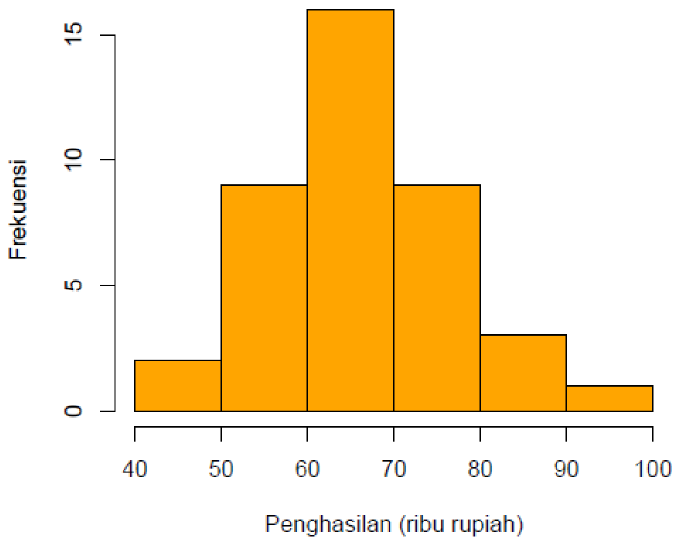
Interpretasi

Misalkan, kita melihat pada baris pertama, pada sisi kiri terdapat angka **4** (sebagai angka puluhan) , dan pada sisi kanan terdapat angka **3,** dan **9** (sebagai angka satuan) **,** artinya adalah terdapat angka 43 dan angka 49.
Untuk baris kedua, terdapat angka 5 di sisi kiri sebagai satuan puluhan, dan angka **1,1,5,5,5,6,8,9** sebagai angka satuan, yang berarti terdapat angka 51,51,55,55,55,56,58,59. Dan seterusnya untuk baris-baris berikutnya dengan interpretasi yang sama.
Steam = 10, menunjukkan sisi kiri adalah angka puluhan, serta *Leaf*=1 yang berarti sisi kanan adalah angka satuan.
Steam and Leaf ini menunjukkan bahwa data cenderung membentuk lonceng, yang berarti data pada steam and leaf ini cenderung berdistribusi normal.

2.2. Histogram

Grafik ini merupakan representasi grafik dari distribusi frekuensi data kontinu. Dasar pembuatan dengan menggunakan batas nyata atau titik tengah.

Contoh: Data penghasilan buruh

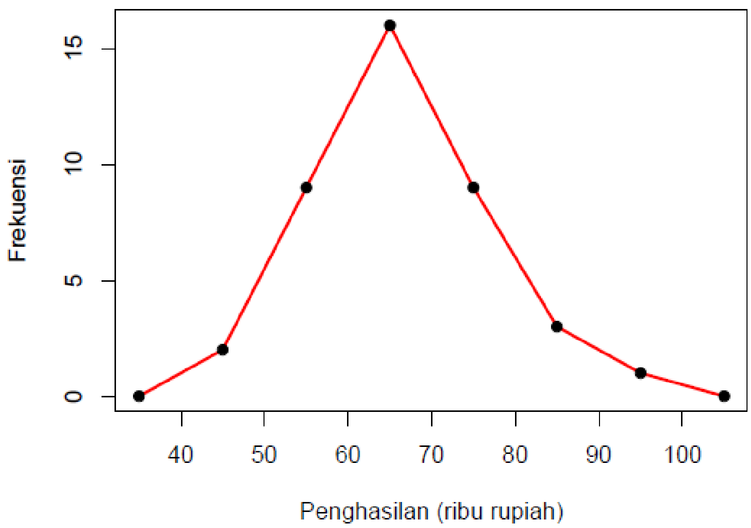


Gambar 2. 1. Grafik Histogram Data Penghasilan Buruh

2.3. Poligon Frekuensi

Grafik ini juga populer dengan sebutan poligon frekuensi. Dibuat dengan menghubungkan titik tengah dalam bentuk garis (*curve*). Grafik ini mendasarkan pada titik tengah dalam pembuatannya.

Contoh : Data penghasilan buruh

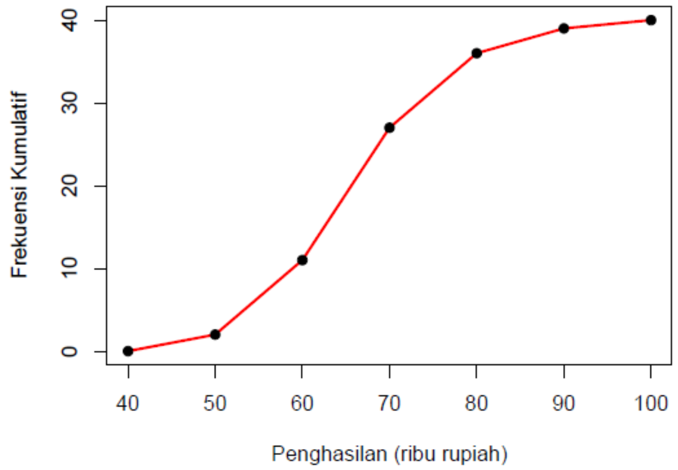


Gambar 2. 2. Grafik Poligon Frekuensi Data Penghasilan Buruh

2.4. Grafik Ogive Frekuensi Kumulatif

Plot frekuensi kumulatif dengan batas atas interval dari distribusi frekuensi.

Contoh : Data penghasilan buruh

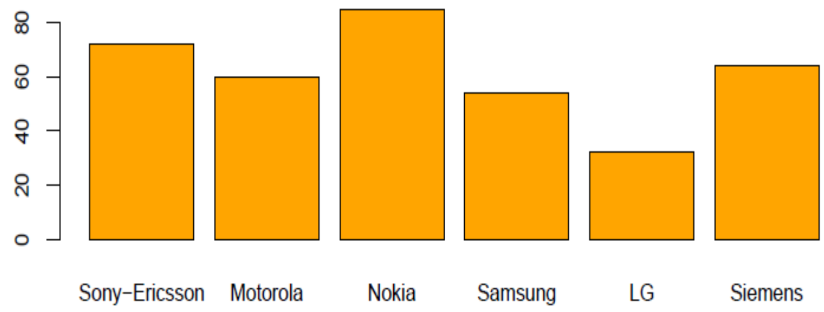


Gambar 2. 3. Grafik Ogive Frekuensi Kumulatif Data Penghasilan Buruh

2.5. Diagram Batang (*Bar Chart*)

Representasi grafik dari distribusi frekuensi data diskret atau kategori. Berbentuk persegi panjang yang lebarnya sama dan dilengkapi dengan skala atau ukuran sesuai data yang bersangkutan. Setiap batang tidak boleh saling melekat atau menempel dan jarak tiap batang harus sama. Susunan grafik ini boleh tegak atau mendatar.

Contoh : Data telepon seluler



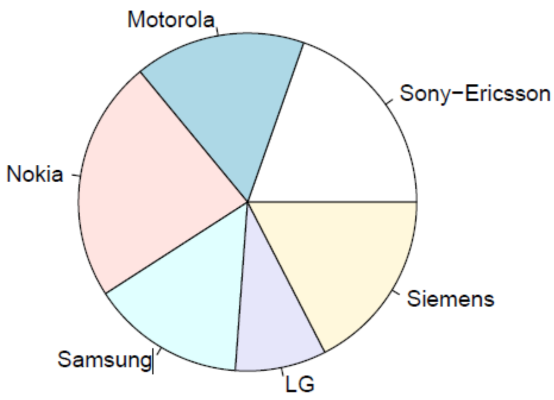
Gambar 2. 4. Diagram Batang Data telpon seluler

Interpretasi ***:***
Terdapat 70 mahasiswa yang memakai HP merk Sony-Ericsson, serta 60 mahasiswa yang memakai HP merk Motorola, dst.
Banyaknya pengguna LG paling sedikit di antara pengguna merk HP lainnya. Dan paling banyak mahasiswa menggunakan HP Nokia.

2.6. Diagram Lingkaran (*Pie Chart*)

Representasi grafik dari distribusi frekuensi data diskret atau kategori. Bagan berupa lingkaran yang telah dibagi menjadi beberapa bagian sesuai dengan proporsi data. Biasanya dinyatakan dalam persen.

Contoh : Data telepon seluler



Gambar 2. 5. Diagram Lingkaran Data telpon seluler

Interpretasi :
Terdapat 70 mahasiswa yang memakai HP merk Sony-Ericsson, serta 60 mahasiswa yang memakai HP merk Motorola, dst.
Banyaknya pengguna LG paling sedikit di antara pengguna merk HP lainnya. Dan paling banyak mahasiswa menggunakan HP Nokia.

2.7. Notasi Himpunan Data

Data statistik sering dilambangkan dengan huruf X, Y dilengkapi dengan indeks.
Contoh : (Data Penghasilan Buruh)
X : penghasilan mingguan buruh (dalam ribuan rupiah)
$\boldsymbol{X_1 = 58, X_2 = 72, X_3 = 73, X_4 = 75}$
Contoh : (Data Tinggi dan Berat Mahasiswa) :
X : tinggi mahasiswa (cm)
Y : berat mahasiswa (kg)
$\boldsymbol{X_1 = 170, X_2 = 1683, Y_1 = 70, Y_2 = 60}$

2.8. Notasi Sigma

Untuk penjumlahan n data X_i , $i = 1,2, \dots, n$

$$\sum_{i=1}^{n} X_i = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$$

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} X_{ij} = X_{11} + X_{12} + \cdots + X_{nm}$$

Beberapa aturan dalam notasi sigma :

- Jika $X_i = k$, k suatu konstan, maka

$$\sum_{i=1}^{n} X_i = \sum_{i=1}^{n} k = nk$$

- Jika k suatu konstan, maka

$$\sum_{i=1}^{n} kX_i = k\sum_{i=1}^{n} X_i$$

$$\sum_{i=1}^{n} X_i + Y_i = \sum_{i=1}^{n} X_i + \sum_{i=1}^{n} Y_i$$

BAB III
PENGUKURAN UKURAN PUSAT (TENDENSI SENTRAL)

Dalam kenyataan seringkali ditemukan data hasil pengukuran menunjukkan kondisi sangat beragam. Artinya, dalam aktivitas pengamatan, penelitian atau observasi tidak jarang dijumpai data yang berhasil dihimpun tidak sama atau berbeda antara satu dengan yang lainnya. Pengukuran terhadap variabel besar penghasilan, lama tinggal, usia, kecerdasan, berat badan, tingkat pendidikan, tingkat produktivitas kerja dan sebagainya kerapkali memperlihatkan data yang bervariasi. Dengan kata lain distribusi data yang tersusun ada kemungkinan akan memperlihatkan karakteristik data yang relatif homogen atau heterogen. Apabila sejumlah individu diamati salah satu karakteristik atau sifatnya, selanjutnya data hasil pengamatan ditampilkan dalam bentuk grafik poligon maka bentuk grafik yang nampak akan sangat beragam pula. Salah satu kemungkinan grafik yang akan nampak adalah grafik dengan bentuk normal. Artinya, distribusi data yang tersusun memiliki kecenderungan sebagian besar berada di tengah dan semakin jauh menyimpang dari harga indeks (ukuran) normalitas, baik ke kiri maupun ke kanan maka jumlah individu yang berada pada tiap ujung kian sedikit jumlahnya.
Salah satu tugas statistik adalah menentukan suatu angka di sekitar mana nilai-nilai dalam distribusi memusat. Dengan kata lain salah satu tugas statistik adalah menentukan angka yang menjadi pusat suatu distribusi. Angka/ nilai yang menjadi pusat suatu distribusi selanjutnya disebut tendensi sentral atau kecenderungan tengah. Ada 3 jenis pengukuran tendensi sentral yang sangat penting yaitu; Mean, Median dan Modus. Ketiga jenis pengukuran tendensi sentral tersebut memiliki pengertian, asumsi dan tujuan serta metode penghitungan yang berbeda.

3.1. Mean (Rata-rata)

Pengukuran mean atau rata-rata sangat sering digunakan dalam analisis statistik. Mean diterapkan dengan tujuan untuk menentukan angka / nilai rata-rata dan secara aritmatik ditentukan dengan cara menjumlah seluruh nilai dibagi banyaknya individu. Pengukuran rata-rata dapat diterapkan dengan asumsi bahwa data yang diperoleh dari hasil pengukuran berskala interval dan rasio.
Bagaimana menentukan harga mean atau rata-rata? Ada beberapa rumus yang dapat dipakai yakni :

a. Data Tunggal

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

Contoh a
Ingin dihitung rata-rata dari data 2 , 2 , 4 , 5 , 7 . Maka kita dapatkan $\sum_{i=1}^{n} x_i = 2 + 2 + 4 + 5 + 7 = 20$, dengan n (jumlah data) = 5 , maka didapatkan $\bar{x}$ = 20/5 = 4

b. Data Berkelompok

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$

Contoh b : Diketahui data :

Data	Frekuensi
2	3
4	6
8	9
10	12

Maka dapat dihitung rata-ratanya :

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{n} = \frac{(2x3)+(4x6)+(8x9)+(10x12)}{3+6+9+12}$$
$$= \frac{6+24+72+120}{30}$$
$$= \frac{222}{30} = 7,4$$

Mean Terbobot :

$$\overline{x_w} = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i}$$

3.2. Median

Median adalah nilai yang menjadi batas 50 persen distribusi frekuensi bagian bawah dan 50 persen distribusi frekuensi bagian atas. Ringkasnya median adalah nilai yang membagi distribusi menjadi 2 bagian yang sama yakni sebelah kirinya 50 persen, dan sebelah kanannya juga 50 persen.
Harga median bisa ditentukan dengan beberapa formulasi tergantung pada kasus yang dihadapi.
*jangan lupa urutkan data sebelum mencari median

1). Jika berhadapan dengan data tunggal
- Median = X_{k+1} (data ke-(k+1)) → untuk kasus $\boldsymbol{n}$ **ganjil**

Dengan :

$k = \frac{N-1}{2}$, $n =$ banyaknya data

- Median = ½ $(X_k + X_{k+1})$ → untuk $\boldsymbol{n}$ **genap**

Dengan :
$k = \frac{N}{2}$, $n =$ banyaknya data

2). Jika berhadapan dengan data berkelompok
- Median = $Bb + P\left(\frac{\frac{n}{2} - cF_b}{F_d}\right)$

Keterangan :

Bb : Batas bawah nyata dari interval kelas yang mengandung median
cF_b : Frekuensi kumulatif di bawah interval kelas yang mengandung median
F_d : Frekuensi dalam interval yang mengandung median
P : Lebar kelas / interval
n : Banyak individu atau jumlah frekuensi

Contoh :

Diketahui data distribusi frekuensi sebagai berikut :

Nilai	Frekuensi
60 – 64	2
65 – 69	6
70 – 74	15
75 – 79	20
80 – 84	16
85 – 89	7
90 - 94	4

Langkah cara menjawab :

- Pertama-tama, carilah nilai interval yang mengandung unsur median, karena jumlah frekuensi dalam data ini 70, maka kira-kira median terdapat di dekat data ke- $\frac{70}{2} =$ 35 , maka median terletak di interval 75-79
- Kedua, carilah batas bawah dari kelas median (Bb) yaitu 75-0,5 = 74,5
- Ketiga, hitunglah lebar interval (P), karena 75 – 79 maka lebar intervalnya adalah 5
- Keempat, carilah jumlah frekuensi median (F_d) yaitu frekuensi dari kelas yang mengandung median yaitu 20
- Selanjutnya, kita bisa menghitung cF_b yakni jumlah frekuensi kumulatif di bawah interval kelas yang mengandung median yakni frekuensi kumulatif dari 60-64 + frekuensi kumulatif dari 65-69 + frekuensi kumulatif 70-74 = 2+6+15 = 23

Didapatkan:

Median = $\boldsymbol{Bb + P\left(\frac{\frac{n}{2}-cF_b}{F_d}\right) = 74,5 + 5\left(\frac{\frac{70}{2}-23}{20}\right) = 77,5}$

3.3. Modus

Secara sederhana modus didefinisikan nilai yang paling sering muncul atau nilai yang memiliki frekuensi paling banyak. Satu hal yang perlu diingat bahwa modus adalah persoalan nilai bukannya frekuensi. Frekuensi hanya menunjuk intensitas kemunculan sesuatu nilai. Pada data tunggal menentukan mode/modus mungkin tidaklah terlampau sulit. Hanya dengan memperhatikan nilai yang memiliki frekuensi terbanyak maka dapat diidentifikasi nilai modus/mode dari distribusi data. Hal ini agak berbeda jika berhadapan dengan data berkelompok.

Ada 2 macam mudus, yaitu:

- Modus Data Tunggal
- Modus Data Berkelompok

Sangat mudah, tinggal dilihat data manakah yang frekuensinya paling banyak.

Contoh :

- 2,2,3,3,4,4,4,5

Maka berdasarkan contoh di atas modusnya adalah 4 karena frekuensinya paling banyak. Apabila data yang dihadapi berkelompok menentukan harga modus ada beberapa pendekatan, salah satunya adalah dengan menentukan titik tengah dari interval kelas yang memiliki frekuensi terbanyak dengan formulasi sebagai berikut :

Modus data berkelompok = $\boldsymbol{Bb} + \boldsymbol{P}\left(\frac{\boldsymbol{F_1}}{\boldsymbol{F_1+F_2}}\right)$

Keterangan :

Bb : Batas bawah nyata dari interval kelas yang mengandung modus

P : Lebar kelas / interval

F_1 : Selisih antara frekuensi modus dengan frekuensi sebelumnya

F_2 : Selisih antara frekuensi modus dengan frekuensi sesudahnya

*jangan lupa urutkan data sebelum mencari modus

Satu catatan bahwa dalam suatu distribusi data sangat dimungkinkan harga atau nilai modus lebih dari satu. Jika nilai modus hanya satu disebut dengan unimode, dua nilai modus disebut dwi mode dan lebih dari dua nilai modus dinamakan multimode.

3.4. Contoh Soal Pengukuran Ukuran Pusat

1. Dalam sebuah lomba lari, waktu yang dibutuhkan oleh peserta dikelompokkan ke dalam kelas waktu. Frekuensi masing-masing kelas adalah: 10-15 menit (5 peserta), 15-20 menit (8 peserta), dan 20-25 menit (12 peserta). Tentukan median waktu lomba lari.

   Jawab:

$$\text{Median} = L + \frac{\frac{N}{2} - F}{f} \cdot w$$
$$\text{Median} = 15 + \frac{\frac{25}{2} - 5}{8} \cdot 5$$
$$\text{Median} = 15 + \frac{12.5 - 5}{8} \cdot 5$$
$$\text{Median} = 15 + \frac{7.5}{8} \cdot 5$$
$$\text{Median} = 15 + 4.69$$
$$\text{Median} = 19.69$$

2. Diberikan data berkelompok:

Kelas	Frekuensi
5-10	6
10-15	10
15-20	8

Jawab:

$$\text{Median} = L + \frac{\frac{N}{2} - F}{f} \cdot w$$
$$\text{Median} = 10 + \frac{\frac{24}{2} - 6}{10} \cdot 5$$
$$\text{Median} = 10 + \frac{6}{10} \cdot 5$$
$$\text{Median} = 10 + 3$$
$$\text{Median} = 13$$

3. Diberikan data sebagai berikut:

Kelas	Frekuensi
15-20	6
20-25	10
25-30	8

Hitunglah Modus dari data tersebut!

Jawab:

$$\text{Modus} = L + \frac{f_m - f_1}{2f_m - f_1 - f_2} \cdot w$$
$$\text{Modus} = 20 + \frac{10 - 6}{2 \cdot 10 - 6 - 8} \cdot 5$$
$$\text{Modus} = 20 + \frac{4}{12} \cdot 5$$
$$\text{Modus} = 20 + \frac{5}{3}$$
$$\text{Modus} = 21.67$$

4. Hitunglah median dari data tersebut.

Kelas	Frekuensi
10-20	5
20-30	8
30-40	12
40-50	10

Jawab:

$$\text{Median} = L + \frac{\frac{N}{2} - F}{f} \cdot w$$
$$\text{Median} = 20 + \frac{\frac{35}{2} - 5}{8} \cdot 10$$
$$\text{Median} = 20 + \frac{17.5 - 5}{8} \cdot 10$$
$$\text{Median} = 20 + \frac{12.5}{8} \cdot 10$$
$$\text{Median} = 20 + 15.625$$
$$\text{Median} = 35.625$$

3.5. Latihan Soal

1. Diketahui data dari 10 penghuni kos "Melati" yang berumur masing - masing:

21 23 25 30 35 38 25 24 45 40

Anda diminta untuk :
Hitunglah rata-rata umur penghuni kos "melati" berdasarkan data di atas!

2. Diketahui rata-rata produksi arang diasap dengan menggunakan tungku.

Jenis tungku :
– Tungku ukas 3 buah, produksi 6 ton/bulan/tungku
– Tungku saleng 2 buah, produksi 8 ton/bln/tungku
– Tungku besi 4 buah, produksi 10 ton/bln/tungku
– Tungku semen 5 buah, produksi 12 ton/bln/tngku
– Tungku pasir 6 buah, produksi 15 ton/bln/tungku

Anda diminta untuk :
Carilah besar rata-rata produksi arang per bulan.

3. Diketahui data sebagai berikut :

Nilai Interval	Frekuensi
35 – 43	5
44 – 52	5
53 – 61	11
62 – 70	12
71 – 79	9
80 – 88	11
89 - 95	7
Jumlah	60

Anda diminta untuk :
Hitunglah nilai median dari data di atas!

4. Diketahui data di bawah ini :

Nilai Interval	Frekuensi
35 – 43	5
44 – 52	5
53 – 61	11
62 – 70	12
71 – 79	9
80 – 88	11
89 - 95	7
Jumlah	60

Anda diminta untuk :
Hitunglah nilai modus dari data di atas!

BAB IV
KWARTIL, DESIL, PERSENTIL

4.1. Kwartil

Yakni nilai atau angka yang membagi data dalam empat bagian yang sama, setelah data disusun dari yang terkecil hingga terbesar.
Bentuk kwartil :

- Kwartil pertama
  Nilai dalam distribusi yang membatasi 25% frekuensi bagian atas dan 75% frekuensi bagian bawah
- Kwartil kedua
  Nilai dalam distribusi yang membatasi 50% frekuensi di bagian atas dan 50% frekuensi bagian bawah, bisa disebut juga dengan **median**
- Kwartil ketiga
  Nilai dalam distribusi yang membatasi 75% frekuensi bagian atas dan 25% frekuensi bagian bawah

a. Kwartil Data Tunggal
   Urutkan data
   Rumus posisi kwartil :
   - K1 $= \frac{(n+1)}{4}$
   - K2 $= \frac{(n+1)}{2}$
   - K3 $= \frac{3(n+1)}{4}$

Contoh;
Terdapat data: 65 70 90 40 35 45 70 80 50
Hitunglah K1, K2, dan K3!

b. Kwartil Data Kelompok
   - K1 $= \boldsymbol{Bb} + \boldsymbol{P}\left(\frac{\frac{n}{4} - cF_b}{F_d}\right)$
   - K2 $= \boldsymbol{Bb} + \boldsymbol{P}\left(\frac{\frac{n}{2} - cF_b}{F_d}\right)$
   - K3 $= \boldsymbol{Bb} + \boldsymbol{P}\left(\frac{\frac{3n}{4} - cF_b}{F_d}\right)$

Keterangan :
K : Kwartil
Bb : Batas bawah nyata dimana nilai K berada
cF_b : Frekuensi kumulatif sebelum K
F_d : Frekuensi kelas kwartil
P : Lebar kelas / interval
n : Banyak individu atau jumlah frekuensi

4.2. Desil

Nilai atau angka yang membagi data menjadi 10 bagian yang sama. Rumus (sama dengan median dan kwartil, bedanya di pembagian).

Bentuk desil :

- D1 → titik yang membatasi 10% frekuensi terbawah dalam distribusi
- D2 , D3, D4, D5, D6, D7, D8, D9

a. Desil Data Tunggal

D1 = $\boldsymbol{(n+1)}/\boldsymbol{10}$

b. Desil Data Kelompok

Dx = $\boldsymbol{Bb} + \boldsymbol{P}\left(\frac{\frac{\boldsymbol{nx}}{\boldsymbol{10}} - \boldsymbol{cF_b}}{\boldsymbol{F_d}}\right)$

Keterangan :

x : Desil ke-x
Bb : Batas bawah nyata dimana nilai D berada
cF_b : Frekuensi kumulatif sebelum D
F_d : Frekuensi kelas desil
P : Lebar kelas / interval
n : Banyak individu atau jumlah frekuensi

4.3. Persentil

Nilai yang membagi data menjadi 100 bagian yang sama. Rumus (sama dengan median dan kwartil, hanya beda di pembagian, kalau di persentil nanti dibagi 100).

Bentuk Persentil:

- P1 → P99

a. Persentil Data Tunggal

Px = $\boldsymbol{(n+1)x}/\boldsymbol{100}$

b. Persentil Data Kelompok

Px = $\boldsymbol{Bb} + \boldsymbol{P}\left(\frac{\frac{\boldsymbol{nx}}{\boldsymbol{100}} - \boldsymbol{cF_b}}{\boldsymbol{F_d}}\right)$

Keterangan :

x : Persentil ke-x
Bb : Batas bawah nyata dimana nilai P berada
cF_b : Frekuensi kumulatif sebelum P
F_d : Frekuensi kelas persentil
P : Lebar kelas / interval
n : Banyak individu atau jumlah frekuensi

4.4. Contoh Soal Kwartil, Desil, Persentil

1. Perhatikan data nilai fisika dasar yang diperoleh sekelompok siswa berikut ini!

78	86	57	68	56	86	78	92	68	75
63	58	66	78	43	48	60	68	79	85

Tentukan kuartil bawah (Q1) dari tersebut
Jawab :
Mengurutkan data

$$\underbrace{43, 48, 56, 57, 58, 60, 63, 66, 68, 68}_{\text{10 data}}\ \underbrace{68, 75, 78, 78, 78, 79, 85, 86, 86, 92}_{\text{10 data}}$$

$$Q2 = \frac{68+68}{2} = 68$$

Mengurutkan data

$$\underbrace{43, 48, 56, 57, 58}_{\text{5 data}}\ \underbrace{60, 63, 66, 68, 68}_{\text{5 data}}$$

$$Q_1 = \frac{58+60}{2} = 59$$

Jadi nilai kuartil bawahnya adalah 59.

2. Tentukan Q_1, D_4, dan persentil 10 untuk data berikut!

Interval	**f**	**Fk**
10 – 22	3	3
23 – 35	4	7
36 – 48	5	12
49 – 61	7	19
63 – 74	15	34
75 – 87	20	54
88 – 100	6	60

Jawab :
Kuartil 1 terletak pada (¼ . 60) = 15

$$Q_1 = 48,5 + 13 \left(\frac{15 - 12}{7}\right) = 54,07$$

Desil 4 terletak pada data ke (4/10 . 60) =24

$$D_4 = 61,5 + 13 \left(\frac{24 - 19}{15}\right) = 65,83$$

Persentil 10 terletak pada data (10/100 . 60) = 6

$$P_{10} = 22,5 + 13 \left(\frac{6 - 4}{4}\right) = 32,25$$

Jadi Q_1, D_4 dan P_{10} berturut turut adalah 54,07; 65,83; 32,25

3. Hitung kuartil atas pada table berikut

Berat badan	Frekuensi
50 – 54	4
55 – 59	6
60 – 64	8
65 – 69	10
70 – 74	8
75 – 79	4

Dik :
P = 5
Tb = 70 – 0,5
Jumlah data n = 40
$Q_3 = \frac{3}{4}$ x 40=30
Menghitung nilai kuartil atas (Q_3) :

$Q_3 = 69{,}5 + (\frac{\frac{3}{4} .\ 40-28}{8}) . 5$

$Q_3 = 69{,}5 + (\frac{30-28}{8}) . 5$

$Q_3 = 69{,}5 + (\frac{2}{8}) . 5$

$Q_3 = 69{,}5 + 1{,}25 = 70{,}75$

4. Tentukan desil ke 5 (D_5)

Nilai	Frekuensi
10 – 19	6
20 – 29	13
30 - 39	20
40 – 49	15
50 – 59	6

Jawab :

$\frac{5}{10}$ X 60=30

$D_5 = tb + (\frac{\frac{5}{10}n-fk}{Fds})$ x p

$D_5 = 29{,}5 + (\frac{30-19}{20})$ x 10

$D_5 = 29{,}5 + 5{,}5$

$D_5 = 35$

5. Tentukanlah K_1 dan K_2 berdasarkan table di bawah

Nilai Statistik	F	F kumulatif
29 - 38	1	1
39- 48	3	4
49 – 58	3	7
59 - 68	12	19
69 -78	22	41
79 – 88	23	64
89 – 98	16	80

$K_i = \frac{1}{4}$ x 80
K_i = 20
Hasil perhitungan maka data ke 20 berada pada kelas 69 – 78 atau terletak pada kelas interval ke 5
$B = \frac{1}{2}(69\text{-}68)$
B = 68,5
$K_i = tb + p(\frac{\frac{1}{4}n\text{-}fk}{f})$
$K_i = 68{,}5 + 10\ \frac{\frac{1}{4}.\ 80\ \text{-}19}{22})$
K_i = 68,5 + 10 (0,045)
K_i = 68,5 + 0,45
K_i = 68,95

6. Desil data berkelompok

I	F
21 – 25	3
26 – 30	5
31 – 35	8
36- 40	11
41 – 45	10
46 – 50	3

Mencari interval kelas
$\frac{i}{10}.\ f$
$\frac{8}{10}.\ 40$
= 32
$= 40{,}5 + 5\ \frac{32\text{-}27}{10}$
= 40,5 + 2,5
=43

BAB V
PENGUKURAN VARIABILITAS

Dalam praktek statistik seringkali peneliti atau analis data tidak hanya tertarik untuk menampilkan hasil pengolahan dan analisis data dalam bentuk tabel frekuensi, grafik bagan dan diagram serta pengukuran tendensi sentral *(mean, modus dan median)* semata. Dalam banyak kasus seringkali informasi lanjut tentang data yang diperoleh dari riset juga dibutuhkan; seperti penyebaran data dari tendensi sentralnya. Dalam terminologi statistik upaya untuk mengetahui penyebaran data dapat dilakukan dengan alat statistik yang disebut ***variabilitas.*** Variabilitas sering juga disebut dispersi atau penyebaran. **Definisi ringkas variabilitas** adalah ***derajad penyebaran nilai variabel dari suatu tendensi sentral tertentu.*** Pengukuran variabilitas juga memiliki fungsi penting yakni sebagai alat untuk mengetahui homogenitas dan heterogenitas data. Jika data yang kita hadapi memiliki tingkat penyebaran yang tinggi berarti data cenderung bersifat heterogen. Pemahaman tentang homogenitas dan heterogenitas data dalam kelompok sangat penting tidak hanya untuk kepentingan identifikasi karakter/ ciri kelompok tetapi juga untuk memperoleh pemahaman tentang perbedaan antara dua kelompok atau lebih. Satu catatan yang perlu dicermati dalam pengukuran variabilitas bahwa pengukuran ini dapat diterapkan jika data yang diperoleh dalam bentuk numerik atau berskala interval dan rasio.

5.1. Arti Penting Indeks Variabilitas

Pengukuran variabilitas termasuk bidang statistik deskriptif. Pengukuran variabilitas dapat dimanfaatkan untuk kepentingan praktis misalnya; penyusunan standar nilai baik untuk kepentingan akademik maupun praktis dengan menggunakan standar deviasi. Untuk menentukan peloncat tinggi yang diajukan dalam perlombaan seorang pelatih juga memerlukan alat statistik berupa variabilitas untuk memilihnya. Seorang guru atau instruktur juga memerlukan informasi tentang perbedaan variabilitas dalam kecakapan mata pelajaran antar 2 kelas ketika hendak memperlakukan 2 kelas secara berbeda akibat adanya perbedaan kondisi kelas/ murid tersebut. Selain untuk kepentingan praktis pengukuran variabilitas juga memiliki arti teoritik yang sangat penting. Setidaknya melalui pengukuran ini dapat dilakukan indentifikasi tentang ciri kelompok dan perbedaan antar 2 kelompok atau lebih.

5.2. Jenis Pengukuran Variabilitas

Pengukuran variablitas terdiri atas beberapa pengukuran antara lain: (a). *Range*; (b) Mean Deviasi; (c) Standard Deviasi dan (d). Z *score* atau standar *score*.

5.2.1. Range

Range atau pengukuran variabilitas yang **paling sederhana**, range adalah jarak pengukuran adalah selisih antara nilai tertinggi hasil pengukuran dan nilai terendah hasil pengukuran.

Range = $\boldsymbol{X_{maximum} - X_{minimum}}$

Range mempunyai kelemahan juga yakni tergantung pada 2 nilai ekstrem pada distribusi yakni data maksimum dan data minimum. Selain itu fluktuasinya sangat besar sehingga *range* tidak dapat terlalu akurat dalam melihat karakteristik data karena fluktuasinya besar.

Range terdiri atas : (a) Range 10 -90 ; (b). Range 25-75 atau *Range* Antar Kuartil; ada juga (c). Range Semi Antar Kuartil (RSAK).

Contoh penjelasan :
Untuk *Range* 10-90 yakni dengan memotong 10% dari tiap ujung dan kita menggunakan persentil P10 dan P90 , dapat dicari rangenya yakni ***Range*** = P90 – P10

5.2.2. Mean Deviasi (MD)

Mean deviasi atau rata-rata deviasi (penyimpangan) yaitu rata-rata deviasi nilai-nilai dari mean dalam suatu distribusi. Dalam hal ini diambil nilai yang absolut artinya deviasi baik yang berarah negatif maupun positif semuanya dianggap positif (+).

a. Untuk data berkelompok

$$\boldsymbol{MD = \frac{\sum |x|}{N}}$$

$$\boldsymbol{MD = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{N}}$$

MD = mean deviasi
$\sum |x|$ = jumlah dari deviasi yang dimutlakan
N = jumlah individu atau jumlah data

Contoh:

Nilai	Rata-rata	X-rata
60		15
65		10
70		5
75	75	0
80		5
85		10
90		15
$\boldsymbol{\sum X = 525}$		$\boldsymbol{\sum \lvert X \rvert = 60}$

b. Untuk data berkelompok

$$\boldsymbol{MD = \frac{\sum f|x|}{\sum f}}$$

Contoh:

Nilai	Frekuensi
60 – 64	2
65 – 69	6
70 – 74	15
75 – 79	20
80 – 84	16
85 – 89	7
90 - 94	4

Nilai	Frekuensi (f)	Titik Tengah (X)	f.x	|x-rata| |x|	f.|x|
60 – 64	2				
65 – 69	6				
70 – 74	15				
75 – 79	20				
80 – 84	16				
85 – 89	7				
90 - 94	4				
	Σf =		Σf.x =		Σ f.|x|=

*latihan : coba isilah tabel di atas

5.2.3. Standar Deviasi (SD)

Standar deviasi adalah nilai yang menunjukkan tingkat (derajat) variasi kelompok data atau ukuran standar penyimpangan dari meannya.

- Untuk populasi, biasanya dilambangkan dengan σ
- Untuk sampel, biasanya dilambangkan dengan s
-

a. Rumus populasi

$$\boldsymbol{\sigma = \sqrt{\frac{\sum(X_i - \bar{X})^2}{N}}}$$

b. Rumus sampel

$$\boldsymbol{s = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}}$$

Dengan :

N = jumlah data keseluruhan (populasi)
n = jumlah data sampel
X_i = data populasi ke-i
x_i = data sampel ke-i

c. Rumus data bergolong

$$Standar\ Deviasi = \sqrt{\frac{\sum \boldsymbol{f}.\boldsymbol{x}^2 - \frac{(\sum \boldsymbol{f}.\boldsymbol{x})^2}{\sum \boldsymbol{f}}}{\sum \boldsymbol{f}}}$$

Dimana :
f = frekuensi
x = titik tengah

5.3. Contoh Soal

1. Data tidak berkelompok
Diketahui sebuah data berikut:

20, 50, 30, 70, 80

Tentukanlah:
a. Range (r)
b. Simpangan Rata – rata (SR)
c. Variansi
d. Standar Deviasi

Jawab:
a. Range (r) = nilai terbesar – nilai terkecil = 80 – 20 = 60
b. Simpangan Rata – rata (SR):

$$\boxed{SR = \frac{\sum \left| X - \bar{X} \right|}{n}}$$

$$\bar{X} = \frac{20+50+30+70+80}{5} = 50$$

n = 5

$$SR = \frac{|20-50| + |50-50| + |30-50| + |70-50| + |80-50|}{5}$$

$$SR = \frac{30+0+20+20+30}{5} = \frac{100}{5} = 20$$

c. Variansi (s^2)

$$\boxed{S^2 = \frac{\sum \left(X - \bar{X} \right)^2}{n-1}}$$

$$S^2 = \frac{(20-50)^2 + (50-50)^2 + (30-50)^2 + (70-50)^2 + (80-50)^2}{5-1}$$

$$S^2 = \frac{900+0+400+400+900}{4} = \frac{2600}{4} = 650$$

d. Standar Deviasi (S)

$$S = \sqrt{S^2}$$

$$S = \sqrt{650} = 25,495$$

2. Data Berkelompok
Diketahui data pada tabel dibawah ini:

Modal	Frekuensi
112 - 120	4
121 - 129	5
130 - 138	8
139 - 147	12
148 -156	5
157 -165	4
166 - 174	2
	40

Tentukanlah:

a. Range (r)
b. Simpangan Rata – rata (SR)
c. Variansi
d. Standar Deviasi

Jawab:

a. Range (r)= (nilai tengah tertinggi – nilai tengah terendah)/2
b. Simpangan rata – rata

$$\boxed{SR = \frac{\sum (f \left| X - \bar{X} \right|)}{n}}$$

n = jumlah frekuensi

c. Variansi

$$\boxed{S^2 = \frac{\sum f \left(X - \bar{X} \right)^2}{n-1}}$$

d. Standar Deviasi

$$S^2 = \sqrt{\frac{\sum f\left(X - \bar{X}\right)^2}{n-1}}$$

Untuk memudahkan mencari jawaban, maka dibuat tabel sesuai dengan keperluan jawaban:

Modal	f	Nilai Tengah (X)	$\lvert X - \bar{X} \rvert$	$f \lvert X - \bar{X} \rvert$	$(X - \bar{X})^2$	$f(X - \bar{X})^2$
112 - 120	4	**116**	24,525	98,100	601,476	2405,902
121 - 129	5	125	15,525	77,625	241,026	1205,128
130 - 138	8	134	6,525	52,200	42,576	340,605
139 - 147	12	143	2,475	29,700	6,126	73,507
148 -156	5	152	11,475	57,375	131,676	658,378
157 -165	4	161	20,475	81,900	419,226	1676,902
166 - 174	2	**170**	29,475	58,950	868,776	1737,551
Jumlah	**40**			**455,850**		**8097,974**

Maka dapat dijawab:

a. Range (r) = 170 – 116 = 54

b. Simpangan rata – rata

$$SR = \frac{455,850}{40} = 11,396$$

c. Variasi

$$S^2 = \frac{8097,974}{40-1} = \frac{8097,974}{39} = 207,64$$

d. Standar Deviasi

$$S = \sqrt{207,64} = 14,41$$

3. Contoh Soal untuk Koefisien Variasi dan Simpangan Baku

a. Koefisien Variasi

Ada dua jenis bola lampu. Lampu jenis A secara rata – rata mampu menyala selama 1500 jam dengan simpangan baku (standar deviasi) S1 = 275 jam, sedangkan lampu jenis B secara rata – rata dapat menyala selama 1.750 jam dengan simpangan baku S2 = 300 jam. Lampu mana yang kualitasnya paling baik?

Jawab:
Lampu jenis A:

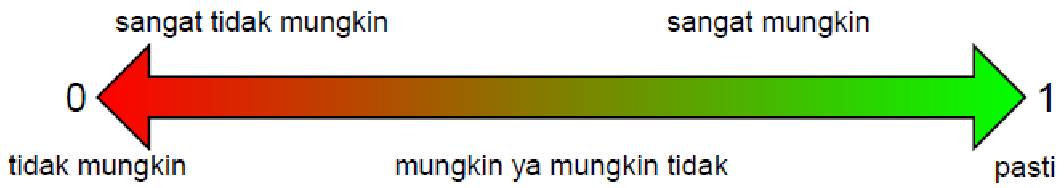
$$KV_1 = \frac{S_1}{\bar{X}_1} * 100\% = \frac{275}{1500} * 100\% = 18,3\%$$

Lampu jenis B:

$$KV_2 = \frac{S_2}{\bar{X}_2} * 100\% = \frac{300}{1750} * 100\% = 17,1\%$$

BAB VI
PELUANG

Propabilitas bisa disebut juga dengan Peluang. Harga angka yang menunjukkan seberapa besar kemungkinan suatu peristiwa akan terjadi.
Probabilitas kemunculan suatu peristiwa atau kejadian biasa disingkat dengan huruf p dan dinyatakan dalam persen atau proporsi.
Peluang (probabilitas): Harga angka yang menunjukkan seberapa besar kemungkinan suatu peristiwa akan terjadi.
Probabilitas kemunculan suatu peristiwa atau kejadian biasa disingkat dengan huruf p dan dinyatakan dalam persen atau proporsi.
Peluang bernilai antara 0 sampai 1, peluang bernilai 0 berarti kejadian tersebut tidak mungkin terjadi, sementara peluang bernilai 1 berarti kejadian tersebut pasti terjadi.



6.1. Definisi

Dasar logika proses pengambilan inferensi statistik tentang suatu populasi dengan analisa data sampel adalah peluang. Peluang adalah bilangan yang menunjukkan seberapa besar kemungkinan suatu peristiwa akan terjadi. Peluang mempunyai nilai antara 0 dan 1. Peluang berhubungan dengan percobaan yang menghasilkan sesuatu yang tidak pasti.

Ruang sampel (*sample space*) adalah himpunan semua hasil yang mungkin dari suatu percobaan. Peristiwa (kejadian, *event*) adalah himpunan bagian dari ruang sampel.

- Peristiwa sederhana: hanya memuat 1 elemen saja.
- Peristiwa bersusun: gabungan dari peristiwa-peristiwa sederhana.
- Jika hasil suatu experimen termasuk dalam himpunan A, maka dapat dikatakan bahwa peristiwa A telah terjadi.

Notasi :

- Ruang sampel ditulis dengan notasi S
- Peristiwa dinotasikan dengan huruf besar: peristiwa2 A, B, C, dst.
- Anggota (elemen) ruang sample dinotasikan dengan huruf kecil: a1, a2, a3, dst. Anggota / elemen ruang (*sample point*)
- Jika ruang sampel S beranggotakan a1, a2, dan a3, maka ruang sampel yang bersangkutan dapat disajikan sebagai: S = {a, a1, a, a2, a, a3}
- Jika peristiwa A beranggotakan a1, a2, dan a3, maka peristiwa yang bersangkutan dapat dinotasikan sebagai A = {a1, a2, a3}

- **Eksperimen (percobaan, *trial*)**: Prosedur yang dijalankan pada kondisi yang sama dan dapat diamati hasilnya (*outcome*).
- **Ruang sampel (semesta, *universe*)**: Himpunan semua hasil yang mungkin dari suatu eksperimen.
- **Peristiwa (kejadian, *event*)**: Himpunan bagian dari suatu ruang sampel.

Contoh 1

- **Eksperimen** : Fian melempar sebuah mata uang logam yang seimbang dua kali
- **Hasil** : Sisi mata uang yang tampak
- **Ruang sampel** : $S = \{MM, MB, BM, BB\}$

Dengan M: sisi muka, dan B : sisi belakang
- **Peristiwa** : A = paling sedikit muncul satu belakang
  = {MB, BM, BB}
  = muncul sisi yang sama
  = {MM, BB}

Maka, berdasarkan contoh ini, terdapat 4 anggota dalam ruang sampel.

Contoh 2
- **Eksperimen** : Musa melempar sebuah dadu sebanyak 1 kali
- **Hasil** : Mata dadu 1,2,3,4,5,6
- **Ruang sampel** : $S = \{1,2,3,4,5,6\}$
- **Peristiwa** : A = muncul mata dadu genap
  = {2,4,6}
  = muncul mata dadu ganjil
  ={1,3,5}

Maka, berdasarkan contoh ini, terdapat 6 anggota dalam ruang sampel.
Pada bahasan selanjutnya, akan dibahas bahwa probabilitas suatu peristiwa adalah perbandingan anggota peristiwa dengan banyaknya anggota dalam ruang sampel.

6.2. Peluang Suatu Peristiwa

Aksioma peluang :
Setiap kejadian di ruang sampel dikaitkan dengan bilangan antara 0 dan 1, bilangan tersebut disebut peluang.

a. Kejadian yang tak mungkin terjadi mempunyai pelauang nol dan dinamakan kejadian mustahil.
b. Kejadian yang pasti terjadi mempunyai peluang satu (peluang ruang sampel adalah satu)
c. Peluang kejadian A bernilai antara 0 dan 1, yaitu $0 \leq P(A) \leq 1$
d. Jika A dan B adalah kejadian sehingga $A \cap B = \emptyset$,maka $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Definisi klasik, dengan menganggap tiap-tiap elemen ruang sampel S mempunyai peluang yang sama untuk terjadi. Maka, peluang terjadinya peristiwa A,

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}, 0 \leq P(A) \leq 1$$

Dengan:
$n(A)$ = banyaknya anggota dalam peristiwa A , dan
$n(S)$ = banyaknya anggota ruang sampel.

Beberapa ketentuan :

- $0 \leq P(A) \leq 1$
- $P(S) = 1$ (peluang dari ruang sampel)
- $P(\emptyset) = 0$ (peluang dari peristiwa yang tidak akan pernah terjadi)
- $P(A) = 1 - P(A^c)$ (**aturan komplemen**)
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ (**aturan penjumlahan**)
  Bila A dan B adalah kejadian yang saling asing
  $A \cap B = \emptyset$, maka $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- $P(B) = P(A \cap B) + P(A^c \cap B)$
  $A \cap B$ dan $A^C \cap B$ saling asing

6.3. Frekuensi Harapan

Frekuensi harapan adalah peluang kejadian tersebut dikalikan banyak percobaan. Misalnya kita melakukan *n* kali percobaan dan A adalah kejadian dengan peluang *p* dengan ($0 \leq p \leq 1$). Frekuensi harapan dari kejadian A adalah *p* x *n*. Jika E adalah suatu kejadian dalam ruang contoh S dan P(E) adalah peluang terjadinya E dalam *n* kali percobaan maka frekuensi harapan kejadian E didefinisikan:

$$F\ (E) = P\ (E)\ x\ n$$

Contoh peluang suatu peristiwa
Sebuah dadu dilempar sekali. $S = \{1,2,3,4,5,6\}$ dan $n(S) = 6$. Misal didefinisikan A : muncul mata dadu 3 dan B : muncul mata dadu bilangan prima $A = \{3\}$, dan $n(A) = 1$; $B = \{2,3,5\}$ dan $n(B) = 3$ dan

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{6}$$

dan

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

6.4. Kejadian Majemuk

Kejadian majemuk dapat dibentuk dengan cara menggabungkan dua atau lebih kejadian sederhana. Dengan menggunakan operasi antarhimpunan,suatu kejadian majemuk dapat dibentuk dari dua kejadian majemuk yang lain. Operasi antarhimpunan yang dimaksudkan adalah operasi gabungan (*union*) dan opersi irisan.

6.5. Peluang Bersyarat Dan Independensi

Diketahui A dan B dua peristiwa dari ruang sampel S , dan $P(B) > 0$, maka peluang bersyarat terjadinya A jika diketahui B telah terjadi, ditulis $P(A|B)$, didefinisikan sebagai:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Dua kejadian A dan B disebut kejadian independen jika

$$P(A \cap B) = P(A).P(B)$$

Contoh 1 (Peluang Bersyarat)
Sepasang dadu dilempar bersama jika diketahui jumlah kedua mata dadu yang keluar adalah 6, hitunglah peluang bahwa satu di antara dua dadu tersebut adalah mata dadu 2.
B = {jumlahan mata dadu adalah 6}
= {(1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1)} dan
A = {mata dadu 2 muncul dari salah satu dadu}
= {(2,4), (4,2)}
$A \cap B$ = {(2,4), (4,2)}

Ruang sampelnya:
S = {(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)}

Sehingga:

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{2}{36}$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{5}{36}$$

Maka:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{2}{36}}{\frac{5}{36}} = \frac{2}{5}$$

Jadi, didapatkan peluang bahwa satu di antara dua dadu tersebut adalah mata dadu 2 jika diketahui jumlah kedua mata dadu yang keluar adalah 6 sebesar $\frac{2}{5}$ = 0,4

Contoh 2 (Peluang Bersyarat)
Peluang suatu penerbangan yang telah terjadwal teratur berangkat tepat waktu adalah $P(A) = 0{,}83$; peluang sampai tepat waktu adalah $P(B) = 0{,}82$; peluang berangkat **dan** sampai tepat waktu adalah $P(A \cap B) = 0{,}78$.

Berarti: A = kejadian bahwa pesawat berangkat tepat waktu
B = kejadian bahwa suatu pesawat sampai tepat waktu

Maka dapat dihitung peluang bahwa suatu pesawat sampai tepat waktu jika diketahui pesawat tersebut berangkat tepat waktu adalah:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,78}{0,83} = 0,94$$

Dan juga dapat dihitung peluang bahwa suatu pesawat berangkat tepat waktu jika diketahui pesawat tersebut sampai tepat waktu adalah:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,78}{0,82} = 0,95$$

Contoh 3 (Independensi)
Suatu kota kecil mempunyai satu unit mobil pemadam kebakaran dan satu ambulans yang bekerja saling **independen** untuk keadaan darurat. Peluang mobil kebakaran siap saat diperlukan adalah 0,98. Peluang ambulans siap waktu diperlukan adalah 0,92.
Dalam suatu kejadian kebakaran gedung, hitunglah peluang bahwa kedua mobil tersebut siap.

Solusi :
Misalkan : $A =$ kejadian bahwa mobil kebakaran siap saat diperlukan
$B =$ kejadian bahwa ambulans siap saat diperlukan

Sehingga $A \cap B$ menyatakan bahwa mobil kebakaran dan ambulans siap saat diperlukan.
Karena $\boldsymbol{A}$ dan $\boldsymbol{B}$ independen, maka dapat dihitung:

$P(A \cap B)$ = peluang mobil pemadam kebakaran dan ambulans siap saat diperlukan
= $P(A).P(B)$
= (0,98) x (0,92)
= 0,9016

6.6. Teorema Bayes

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(A^c).P(B|A^c)}$$

Secara umum, jika kejadian $A_1, A_2, \dots, A_k$ saling asing dan gabungannya $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_k = S$, dan kejadian $B = S \cap B$, maka

$$P(A_i|B) = \frac{P(A_i).P(B|A_i)}{\sum_{i=1}^{k} P(A_i).P(B|A_i)}$$

Contoh
Sebuah pabrik mempunyai 3 mesin A, B, dan C yang memproduksi berturut-turut 60%, 30%, dan 10% dari total banyak unit yang diproduksi pabrik. Persentase kerusakan produk yang dihasilkan dari masing-masing mesin tersebut berturut-turut adalah 2%, 3%, dan 4%.
Suatu unit dipilih secara random dan diketahui rusak. Hitunglah probabilitas bahwa unit tersebut berasal dari mesin C.

Solusi
Misalkan : $R =$ kejadian unit rusak
Akan dihitung $P(C|R)$ yakni probabilitas bahwa suatu unit yang diproduksi oleh mesin C dengan **diketahui** bahwa unit tersebut rusak.
Dengan teorema Bayes, kejadian $P(A), P(B),$ dan $P(C)$ adalah peluang (**persentase produksi**) dari masing-masing mesin; $P(R|A), P(R|B)$, dan $P(R|C)$ adalah peluang (**persentase kerusakan**) dari masing-masing mesin.

$$P(C|R) = \frac{P(C).P(R|C)}{P(A).P(R|A) + P(B).P(R|B) + P(C).P(R|C)}$$
$$= \frac{(0,1)(0,04)}{(0,6)(0,02) + (0,3)(0,03) + (0,1)(0,04)} = \frac{4}{25}$$

6.7. Contoh Soal

1. Sebuah pengiriman 8 mikrokomputer yang serupa ke suatu jaringan eceran berisi 3 yang cacat. Bila suatu sekolah melakukan suatu pembelian acak 2 dari mikrokomputer ini,
   a) Carilah distribusi probabilitas untuk jumlah yang cacat.
   b) Carilah distribusi kumulatif untuk jumlah yang cacat.
   c) Dengan menggunakan F(x), buktikan f(2) = 3/28

   Penyelesaian:
   a) Ambil X sebagai variabel random yang didefinisikan sebagai banyaknya mikrokomputer yang cacat yang mungkin akan dibeli oleh sekolah tersebut. Maka dapat dituliskan :

      X = banyaknya mikrokomputer cacat yang mungkin akan dibeli oleh sekolah

      = 0, 1, 2

   Sehingga dapat dihitung :

$$f(0) = P(X = 0) = \frac{\binom{3}{0}\binom{5}{2}}{\binom{8}{2}} = \frac{10}{28} \qquad f(1) = P(X = 1) = \frac{\binom{3}{1}\binom{5}{1}}{\binom{8}{2}} = \frac{15}{28}$$

$$f(2) = P(X = 2) = \frac{\binom{3}{2}\binom{5}{0}}{\binom{8}{2}} = \frac{3}{28}$$

   Rumus distribusi probabilitas adalah

$$P(X = x) = f(x) = \frac{\binom{3}{x}.\binom{5}{2-x}}{\binom{8}{2}}, \textit{untuk}\; x = 0,1,2$$

Jadi, distribusi probabilitas dari X adalah

X	0	1	2
F(x)	10/28	15/28	3/28

b) Distribusi kumulatif F(x) adalah :

F(0) = f(0) = 10/28
F(1) = f(0) + f(1) = 10/28 + 15/28 = 25/28
F(2) = f(0) + f(1) + f(2) = 10/28 + 15/28 + 3/28 = 1
Sehingga :

$$F(x) = \begin{cases} 1, \text{ untuk } x < 0 \\ 10/28, \text{ untuk } 0 \leq x < 1 \\ 25/28, \text{ untuk } 1 \leq x < 2 \\ 1, \text{ untuk } x \geq 2 \end{cases}$$

Dengan menggunakan F(x), buktikan f(2) = 3/28, maka
f(2) = F(2) – F(1)
= 1 – 25/28
= 3/28

Nilai Ekspektasi X adalah
E(X) = 0.f(0) + 1.f(1) + 2.F(2)
= (0) . (10/28) + (1). (15/28) + (2). (3/28)
= 21/28

2. Seorang peneliti ingin meneliti obat A untuk penyakit asma. Berdasarkan survey ditemukan lima puluh dari seratus orang yang sembuh dari penyakit asma setelah meminum obat ini. Jika 20 orang penderita asma diambil secara acak dan diberi minum obat A, maka tentukan probabilitas bahwa:
a) Tepat 10 orang yang sembuh
b) Maksimal 2 orang yang sembuh

Misalkan X adalah banyak orang yang sembuh penyakit asma setelah minum obat A;
maka p = 50/100 = 0,50, q =1-p = 1-0,50 = 0,50 dan n =20, sehingga:

a) Probabilitas tepat 10 orang yang sembuh adalah

$$P(X = \chi) = Px(\chi) = \frac{n!}{(n-\chi)!\,\chi!} p^{\chi} q^{n-\chi}$$

$$P(X = 10) = p_x(10) = \frac{20!}{(20-10)!10!}(0,5)^{10}(0,5)^{20-10} = 0,1762$$

b) Probabilitas maksimal 2 orang yang sembuh adalah

$$P(X \leq x) = F_x(x) = \sum_{k=0}^{x} p_x(k) = \sum_{k=0}^{x} C_k^n p^k q^{n-k}$$

$$P\ (X \le 2) = F_x(2) = \sum_{k=0}^{2} p_x(k) = \sum_{k=0}^{2} C_k^{20}(0,5)^k(0,5)^{20-k}$$

$$P\ (X \le 2) = C_0^{20}(0,5)^0(0,5)^{20-0} + C_1^{20}(0,5)^1(0,5)^{20-1} + C_2^{20}(0,5)^2(0,5)^{20-2}$$

$$P\ (X \le 2) = (1)\ (1)(0,5)^{20} + (20)(0,5)(0,5)^{19} + (190)(0,5)^2\ (0,5)^{18} = 0,0002$$

BAB VII
KOMBINASI DAN PERMUTASI

7.1. Kombinasi (*Combination*)

Kombinasi merupakan susunan dari suatu himpunan obyek yang dapat dibentuk tanpa memperhatikan urutan

$${}_nC_r = \frac{n!}{(n-r)!\,r!}$$

7.2. Permutasi (*Permutation*)

Permutasi merupakan susunan dari suatu himpunan obyek yang dapat dibentuk yang memperhatikan urutan

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Contoh soal permutasi

- 10 orang siswa SMA di suatu kelas mencalonkan diri untuk menjadi: Ketua Kelas, Wakil Ketua Kelas, dan Bendahara. **Anda diminta untuk**:
  Hitunglah banyak cara pencalonan tersebut!

Jawab:
Karena dari 10 orang siswa SMA akan dipilih 3 kandidat yang **memperhatikan urutan** (karena jabatan Ketua Kelas > Wakil Ketua Kelas > Sekretaris > Bendahara), maka karena kita **memperhatikan urutan** pemilihan, sehingga kita akan menggunakan rumus permutasi.

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{10!}{(10-4)!} = \frac{10!}{6!} = \frac{10.9.8.7.6!}{6!} = 10.9.8.7 = 5040\ cara$$

Contoh soal kombinasi

- Di dalam kotak terdapat 5 bola merah, 4 bola biru dan 3 bola kuning
  a) Berapa kombinasi / peluang terambilnya 3 bola yang diambil secara acak?
  b) Berapa kombinasi / peluang terambilnya 2 bola merah dan 1 bola biru?

Jawab:
Karena kita tidak memperhatikan urutan pengambilan bola (misal bola merah yang diambil pertama dengan bola merah yang diambil pada pengambilan kedua sama, tidak ada urutan), maka akan digunakan rumus kombinasi.

Rumus Kombinasi:

$${}_nC_r = \frac{n!}{(n-r)!\,r!}$$

Jawaban poin a
a) Berapa kombinasi / peluang terambilnya 3 bola yang diambil secara acak?
Sudah diketahui dari soal bahwa terdapat 5 bola merah, 4 bola biru, dan 3 bola kuning sehingga jika ditotal terdapat 5+4+3 = 12 bola dalam kotak tersebut. Jika ingin diambil 3

bola secara acak, maka kita tidak perlu memerhatikan urutan, sehingga akan digunakan rumus kombinasi dengan $n = 12, r = 3$

$$_{n}C_{r} = \frac{n!}{(n-r)!\,r!} = \frac{12!}{(12-3)!\,3!} = \frac{12!}{9!\,3!} = \frac{12.11.10.9!}{9!\,3!} = \frac{12.11.10}{3!} = \frac{12.11.10}{3.2.1}$$
$$= \frac{12.11.10}{6} = 2.11.10 = 220\ cara$$

Jawaban poin b

b) Berapa kombinasi / peluang terambilnya 2 bola merah dan 1 bola biru?

Sudah diketahui dari soal bahwa terdapat 5 bola merah, 4 bola biru, dan 3 bola kuning sehingga jika ditotal terdapat 5+4+3 = 12 bola dalam kotak tersebut. Jika ingin diambil 3 bola secara acak yaitu 2 bola merah dan 1 bola biru, maka akan digunakan rumus kombinasi:
Akan dicari: P (Terambil 2 bola merah) x P (terambilnya 1 bola biru)

Maka:

P (Terambil 2 bola merah) x P (terambilnya 1 bola biru) = $\frac{_{5}C_{2}\ x\ \ _{4}C_{1} x\ \ _{3}C_{0}}{_{12}C_{3}}$

7.3. Tambahan Permutasi

Banyaknya permutasi yang berlainan dari n obyek bila n_1 adalah jumlah obyek jenis pertama, n_2 adalah jumlah obyek jenis kedua, sampai n_k yaitu jumlah obyek ke-k maka rumusnya adalah:

$$\frac{n!}{n_1!\,n_2!\,...\,n_k!}$$

Banyaknya cara menyekat n obyek dalam r sel bila masing-masing berisi n_1 obyek pada sel pertama, n_2 obyek pada sel kedua, sampai n_k obyek pada sel ke-k maka rumusnya adalah:

$$\frac{n!}{n_1!\,n_2!\,...\,n_k!}$$

Dengan: $\sum_{i=1}^{k} n_i = n$

7.4. Contoh Soal

1. Ada sebuah dadu lalu dilempar sekali, tentukan peluang munculnya mata dadu 6!
   <u>Jawaban</u>
   Banyaknya titik sampel n(S) = {1, 2, 3, 4, 5, 6} = 6
   Titik sampel dadu bernilai 6 n(A) = {6} = 1
   $$\mathrm{P} = \frac{\mathrm{n(A)}}{\mathrm{n(S)}} = \frac{1}{6}$$
   Jadi, peluang munculnya mata dadu 6 adalah 1/6

2. Dalam percobaan pelemparan sebuah dadu setimbang, K menyatakan kejadian munculnya mata dadu bilangan genap. Peluang kejadian K adalah
   <u>Jawaban</u>
   n(S) = {1, 2, 3, 4, 5, 6} = 6

n(A) = {2, 4, 6} = 3

$$P = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Jadi, peluang munculnya mata dadu bilangan genap adalah 1/2

3. Peluang seorang mahasiswa lulus matematika 2/3 dan peluangnya lulus biologi 4/9. Bila peluangnya lulus kedua mata kuliah adalah ¼, berapakah peluangnya lulus paling sedikit satu mata kuliah?
   Jawaban
   Bila M menyatakan kejadian 'lulus matematika' dan B ' lulus biologi', maka menurut Teorema 1 kita peroleh hasil berikut.
   $$P(M \cup B) = P(M) + P(B) - P(M \cap B)$$
   $$P(M \cup B) = \frac{2}{3} + \frac{4}{9} - \frac{1}{4} = \frac{31}{36}$$

4. Bila peluang seorang yang membeli mobil akan memilih warna hijau, putih, merah, atau biru, masing-masing, 0,09, 0,15, 0,21, dan 0,23, berapakah peluang seorang pembeli tertentu akan membeli mobil baru berwarna seperti salah satu dari warna tersebut tadi?
   Jawaban
   Misalkan G, W, R, dan B kejadian bahwa seorang pembeli memilih, masing-masing, mobil berwarna hijau, putih, merah dan biru. Karena keempat kejadian ini saling terpisah maka peluangnya sebesar.
   $$P(G \cup W \cup R \cup B) = P(G) + P(W) + P(R) + P(B)$$
   $$P(G \cup W \cup R \cup B) = 0.09 + 0.15 + 0.21 + 0.23 = 0.68$$

5. Dalam sebuah kotak terdapat 7 kelereng merah dan 3 kelerang biru. Peluang mengambil 3 kelereng merah sekaligus
   Jawaban
   Cara agar terambilnya 3 kelereng merah dari 7 kelereng merah = n(A) = 7C3.
   $$C_3^7 = \frac{7!}{3!(7-3)!}$$
   $$= \frac{7 \text{ x } 6 \text{ x } 5 \text{ x } 4!}{3 \text{ x } 2 \text{ x } 1 \text{ x } 4!} = 35$$

   Banyak cara agar terambil 3 kelereng merah dari seluruh kelereng 10 buah = n(S) = 10C3
   $$C_3^{10} = \frac{10!}{3!(10-3)!}$$
   $$= \frac{10 \text{ x } 9 \text{ x } 8 \text{ x } 7!}{3 \text{ x } 2 \text{ x } 1 \text{ x } 7!} = \frac{720}{6} = 120$$

   Peluang terambil 3 kelereng merah adalah
   $$P = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{35}{120} = \frac{7}{24}$$

6. Dua buah dadu dilempar undi bersama-sama. Peluang munculnya jumlah mata dadu 9 atau 10, yaitu
   Jawaban
   n(S) (2 dadu) = 36

n(A) (9) = (3,6), (6,3), (4,5), (5,4) = 4
n(A) (10) = (4,6), (6,4), (5,5) = 3
jadi,

$$P(9)= \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{36}$$

$$P(10)= \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{36}$$

P(9 atau 10)= P(9)+P(10)

$$P(9 \text{ atau } 10)= \frac{4}{36} + \frac{3}{36} = \frac{7}{36}$$

7. Dalam sebuah lemari pakaian tersimpan 5 baju putih dan 3 baju biru. Jika diambil dua baju secara acak satu per satu berturut-turut tanpa pengembalian, peluang terambil baju pertama putih dan baju kedua biru adalah
Jawaban

$$P(\text{Putih})= \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5}{8}$$

$$P(\text{Biru})= \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{7}$$

$$P(\text{Putih,Biru})= \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{5}{8} \text{ x } \frac{3}{7} = \frac{15}{56}$$

8. Sebuah kotak berisi 4 bola merah, 3 bola putih, dan 3 bola hitam. Diambil sebuah bola secara acak, peluang terambil bola merah atau hitam adalah
Jawaban
n(S) = 10
n(M) = 4
n(H) = 3

$$P(\text{Merah atau Hitam})= \frac{n(M)+n(H)}{n(S)} = \frac{4+3}{10} = \frac{7}{10}$$

9. Dari 6 tangkai bunga anggrek yang berbeda warna akan dibentuk rangkaian bunga yang terdiri dari 4 warna. Banyaknya cara menyusun rangkaian tersebut adalah
Jawaban
4 warna dari 6 tangkai bunga anggrek yang berbeda warna adalah

$$P_4^6= \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{6 \text{ x } 5 \text{ x } 4 \text{ x } 3 \text{ x } 2 \text{ x } 1}{2 \text{ x } 1} = 360 \text{ cara}$$

10. Tersedia 6 ubin yang terdiri 4 berwarna merah dan 2 hijau, akan dipasang dalam satu baris. Berapa banyaknya komposisi pemasangan tersebut?
Jawaban

$$P_{(6,4,2)} = \frac{6!}{4!2!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 2 \times 1} = 15 \text{ komposisi}$$

11. Tersedia 5 buah buku mata pelajaran yang berbeda, diambil 3 buku dan akan disusun di atas rak buku. Ada berapa macam susunan yang dapat dilakukan?
    Jawab:
    Banyaknya susunan buku itu adalah permutasi 3 buku dari 5 buku
    yang tersedia.

    $$P(5, 3) = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5x4x3x2!}{2!} = \mathbf{60}$$

    buku itu seluruhnya ada 60.

12. Terdapat 2 bola merah, 1 bola biru, dan 3 bola putih yang sama jenis dan ukurannya. Ada berapa carakah bola-bola itu dapat disusun berdampingan?
    Jawab:
    n = 6
    k = 2
    l = 1
    m = 3
    Banyaknya susunan bola-bola itu adalah $\frac{6!}{2!3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{2 \times 1 \times 3!} = 60$
    Jadi, banyaknya cara bola-bola dapat disusun

13. Dalam pemilihan pengurus OSIS akan dipilih ketua, sekretaris, dan bendahara dari 10 orang. Banyak cara yang dapat dilakukan adalah?
    Jawab:
    Dari 10 orang akan dipilih 3 orang untuk 3 posisi yang berbeda.
    n = 10
    k = 3
    10P3 = 10! / (10-3)!
    = 10! / 7!
    = 10 x 9 x 8 x 7! / 7!
    = 720
    Jadi, banyak cara yang dilakukan adalah 720 cara.

14. Dengan berapa cara 4 orang duduk pada 4 kursi di sebuah meja melingkar?
    Jawab:
    P = (n – 1)!
    P = (4-1)! = 3!
    P = 3x2x1
    P = 6
    Jadi, ada 6 cara

15. Diketahui sebuah keluarga yang terdiri dari empat orang memesan tiket kereta. Ada berapa cara bagi keluarga tersebut untuk menempati tempat duduk yang dipesan?
    Jawab:
    4P4 = 4!

4P4 = 4 x 3 × 2 × 1
4P4 = 24
Jadi, keluarga tersebut dapat menempati tempat duduk yang dipesan dengan 24 cara.

16. Gama, Hesti, dan Maya dipanggil secara bersamaan ke panggung untuk dianugerahi penghargaan. Berapakah kemungkinan urutan berdiri yang ketika mereka bertiga ada di atas panggung?
Jawab:
3P3 = 3!
3P3 = 3 × 2 × 1
3P3 = 6
Jadi, urutan berdiri yang mungkin ketika mereka bertiga ada di panggung, yakni 6 cara.

17. Sebuah organisasi yang beranggotakan 8 orang ingin membuat susunan pengurus harian yang terdiri dari 4 posisi, yaitu ketua, wakil, sekretaris, dan bendahara. Berapakah kemungkinan peluang susunan panitia yang bisa dibuat?
Jawab:
n = 8
r = 4
P = ?
8P4 = 8!/(8-4)!
8P4 = (8x7x6x5x4x3x2x1) / (4x3x2x1)
8P4 = 8x7x6x5 8P4 = 1680 J
Jadi ada 1680 cara untuk membuat susunan 3 pengurus harian dari 8 orang.

18. Sebuah kotak berisi ada 6 jenis bola. Dari 6 bola itu ada 3 bola sepak, 2 bola basket, dan 1 bola voli. Jika jika bola-bola itu disusun teratur dalam sebaris, berapakah banyak susunan yang bisa dibuat?
Jawab:
n = 6
a = 3
b = 2
c = 1
P = ?
P =.6! / 3!2!1!
P = 6x5x4x3x2x1 / (3x2x1)(2×1) (1×1)
P = 6x5x4 / 2×1 P = 120 / 2
P = 60
Maka susunan yang bisa dibuat dari 6 jenis bola itu adalah 60 susunan.

19. Lima orang anak sedang duduk melingkar di teras rumah sambal bermain boneka. Ada berapa susunan berbeda apabila anak-anak tersebut bertukar posisi duduk?
Jawab:
n = 5
Ps (n) = (n-1)!
Ps (5) = (5-1)!
Ps (5) = 4!
Ps (5) = 4 x 3 x 2 x 1

= 24

Jadi ada 24 susunan berbeda apabila anak-anak bertukar posisi duduk.

20. Suatu kelompok mempunyai anggota 10 orang. Apabila setiap berkumpul, duduknya melingkar, banyak cara posisi dalam duduk melingkar adalah

    Jawab:

    n = banyaknya anggota kelompok = 10 orang

    banyaknya cara duduk melingkar adalah termasuk permutasi siklis

    Ps (n) = (n-1)!

    Sehingga, Ps (10) = (10-1)! = 9! = 362.880 cara

DAFTAR REFERENSI

1. **Putranto, L.S. 2017**, *Statistika dan Probabilitas*, Jakarta: Penerbit Indeks.
2. **Field, A. 2011**. *Discovering Statistics using SPSS*. London: SAGE Publications Ltd.
3. **Harinaldi. 2005**. Prinsip Prinsip Statistik untuk Teknik dan Sains. Jakarta. Penerbit Erlangga
4. **Miles, J., Shelvin, M., 2003**, Applying Regression & Correlation. A Giode for Students and Researchers, London: SAGE Publications Ltd.
5. **Supranto, J. 2001**. Statistik, Teori dan Aplikasi Jilid 2, Edisi Ke-6, Jakarta, Penerbit Erlangga.
6. **Supranto, J. 2000**. *Statistik, Teori dan Aplikasi Jilid 1*, Edisi Ke-6, Jakarta, Penerbit Erlangga.
7. **Walpole, R.E. 1988**, Ilmu Peluang dan Statistik untuk Insinyur dan Ilmuwan (diterjemahkan leh R.K. Sembiring dan Suroso) dari buku Probability and Statistics for Engineers and Scientist, Cetakan ke 2, Bandung: Penerbit ITB.
8. **Lapin, L., 1983**, *Probability and Statistics for Modern Engineering*, Massachussets: PWS Publishing.